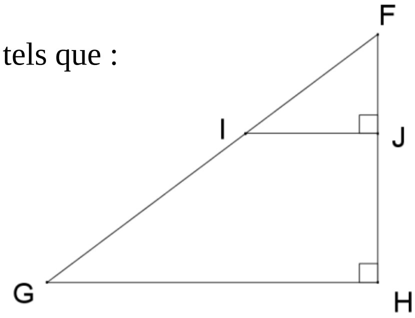
Interrogation n° 13 de mathématiques – CORRIGÉ

Interrogation du jeudi 21 février 2013 - calculatrices interdites

ÉNONCÉ



On considère le triangle FGH rectangle en H, ainsi que les points I et J tels que :

. $I \in [FG]$; $J \in [FH]$; $(IJ) \perp (FH)$

. $IJ = 16$; $FI = 20$; $FH = 30$; $GH = 40$

1) Expliquer pourquoi les droites (IJ) et (GH) sont parallèles.

2) À l'aide du théorème de Thalès :

a) Calculer la longueur FJ.

b) Calculer la longueur FG.

Bonus Track :

Sur le stade d'entraînement de saut à la perche, John est en admiration devant la hauteur de la barre.
Pour connaître cette hauteur approximativement, Alain se place comme sur le dessin, de façon à faire coïncider l'ombre de sa tête avec l'ombre de la barre.
Il sait que sa taille est 1,75 m, qu'il est à 11 m du pied du sautoir et que l'ombre de la barre est à 16 m du pied du sautoir.

Expliquer comment on peut estimer la hauteur de la barre.

Corrigé

1) . D'après l'énoncé, le triangle FGH est rectangle en H ;
donc la droite (GH) est perpendiculaire à la droite (FH).

. D'après l'énoncé, la droite (IJ) est perpendiculaire à la droite (FH).

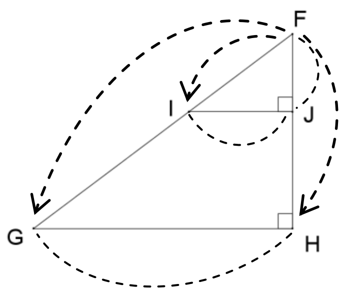
. Donc les droites (IJ) et (GH) sont perpendiculaires à la même droite (FH).

. Or deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.

. On en déduit que les droites (IJ) et (GH) sont parallèles.

2) Dans le triangle FGH :
$I \in [FG]$; $J \in [FH]$; $(IJ) // (GH)$

Donc d'après le théorème de Thalès : $\dfrac{\boxed{FI}}{FG} = \dfrac{FJ}{\boxed{FH}} = \dfrac{\boxed{IJ}}{\boxed{GH}}$



a) $\dfrac{FJ}{FH} = \dfrac{IJ}{GH}$

d'où : $\dfrac{FJ}{30} = \dfrac{16}{40}$

donc $FJ = \dfrac{30 \times 16}{40}$

$FJ = \dfrac{3 \times 10 \times 4 \times 4}{4 \times 10}$

$FJ = 3 \times 4$

$\boxed{FJ = 12}$

b) $\dfrac{FI}{FG} = \dfrac{IJ}{GH}$

d'où : $\dfrac{20}{FG} = \dfrac{16}{40}$

donc $FG = \dfrac{20 \times 40}{16}$

$FG = \dfrac{4 \times 5 \times 4 \times 10}{4 \times 4}$

$FG = 5 \times 10$

$\boxed{FG = 50}$

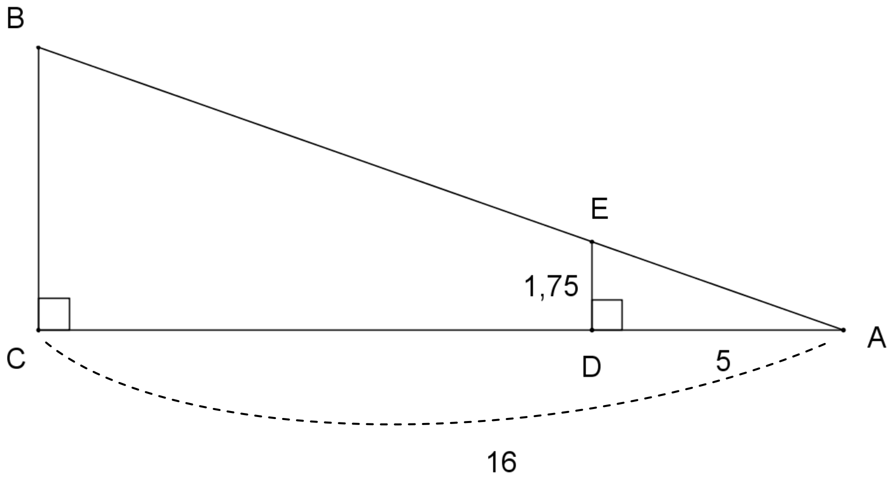
<u>Remarque</u> : on peut aussi calculer la longueur FJ en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle FIJ rectangle en J, et la longueur FG en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle FGH rectangle en H.

Bonus Track

Représentons la situation par une figure géométrique.
- le point A représente l'ombre de la barre
- le point B représente la barre
- le point C représente le sautoir
- le point D représente les pieds de John
- le point E représente le haut des cheveux de John

La hauteur estimée de la barre correspond à la distance CB.

$\mathrm{CD} = 11$ donc $\mathrm{CD} = 16 - 11 = 5$



Les droites (DE) et (CB) sont perpendiculaires à la même droite (AC).
On en déduit que les droites (DE) et (CB) sont parallèles.

Dans le triangle ABC : . $\mathrm{E} \in [\mathrm{AB}]$
. $\mathrm{D} \in [\mathrm{AC}]$
. $(\mathrm{DE}) // (\mathrm{CB})$

Donc d'après le théorème de Thalès : $\dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{CB}}$

$\dfrac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{DE}}{\mathrm{CB}}$ d'où : $\dfrac{5}{16} = \dfrac{1{,}75}{\mathrm{CB}}$

donc $\mathrm{CB} = \dfrac{16 \times 1{,}75}{5} = \dfrac{16 \times 1{,}75 \times 4}{5 \times 4} = \dfrac{16 \times 7}{5 \times 4} = \dfrac{2 \times 8 \times 7}{5 \times 2 \times 2} = \dfrac{8 \times 7}{5 \times 2} = \dfrac{56}{10} = 5{,}6$

Par conséquent : $\boxed{\text{on peut estimer la hauteur de la barre à 5m60 .}}$