Interrogation n° 9 de mathématiques – CORRIGÉ

version 1.0

Interrogation du jeudi 20 décembre 2012 - calculatrices interdites

ÉNONCÉ

1) Tester l'équation $2x^2 - 3x - 5 = 0$ pour $x = -1$.

2) Calculer les racines carrées suivantes :

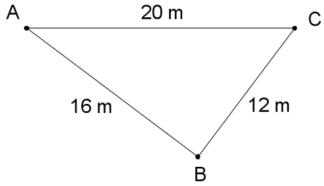
a) $\sqrt{196}$; b) $\sqrt{1}$; c) $\sqrt{\dfrac{1}{9}}$

3) Résoudre l'équation $x^2 = 0$.

4) Résoudre l'équation $x^2 = 36$.

5) Résoudre l'équation $x^2 = -9$.

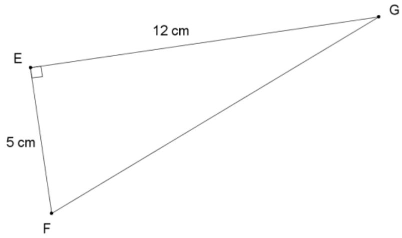
6) ABC est un triangle tel que :
$AB = 16\text{ m}$;
$BC = 12\text{ m}$
et $AC = 20\text{ m}$.



Le triangle ABC est-il rectangle ?

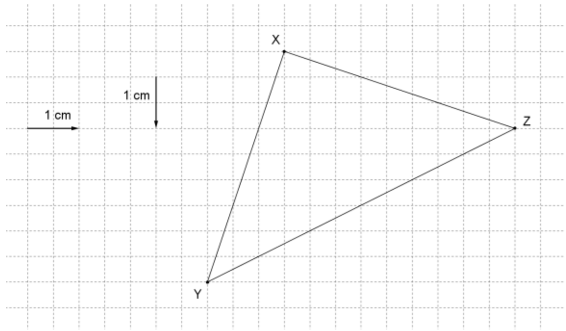
7) EFG est un triangle rectangle en E tel que :
$EF = 5\text{ cm}$ et $EG = 12\text{ cm}$.

Calculer FG.



Bonus track

Démontrer que le triangle XYZ ci-dessous est isocèle-rectangle :



Corrigé

1) Pour $x = -1$:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3x - 5 &= 2\times(-1)^2 - 3\times(-1) - 5 \\ &= 2\times1 + 3 - 5 \\ &= 2 + 3 - 5 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Donc l'égalité $2x^2 - 3x - 5 = 0$ est vérifiée.

Par conséquent :

$\boxed{-1 \text{ est une solution de l'équation } 2x^2 - 3x - 5 = 0}$

2) a) $\sqrt{196}$ est le nombre positif dont le carré est égal à 196. Or $14^2 = 196$. Donc : $\boxed{\sqrt{196} = 14}$.

b) $\sqrt{1}$ est le nombre positif dont le carré est égal à 16. Or $1^2 = 1$. Donc : $\boxed{\sqrt{1} = 1}$.

b) $\sqrt{\dfrac{1}{9}}$ est le nombre positif dont le carré est égal à $\dfrac{1}{9}$. Or $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{1}{9}$. Donc : $\boxed{\sqrt{\dfrac{1}{9}} = \dfrac{1}{3}}$.

3) Résolution de l'équation $x^2 = 0$

D'après le cours :

$\boxed{\text{l'équation } x^2 = 0 \text{ admet une unique solution : 0.}}$

4) Résolution de l'équation $x^2 = 36$

$36 > 0$, donc l'équation admet exactement deux solutions : $-\sqrt{36}$ et $\sqrt{36}$.

Par conséquent :

$\boxed{\text{l'équation } x^2 = 36 \text{ admet exactement deux solutions : } -6 \text{ et } 6.}$

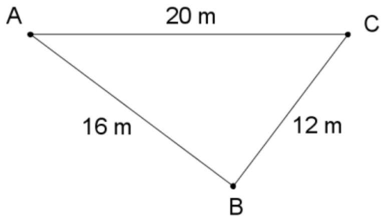
5) Résolution de l'équation $x^2 = -9$

$-9 < 0$

Par conséquent :

$\boxed{\text{l'équation } x^2 = -9 \text{ n'admet aucune solution.}}$

6)



Le plus grand côté du triangle ABC est le côté $[AC]$.

. $AC^2 = 20^2 = 400$

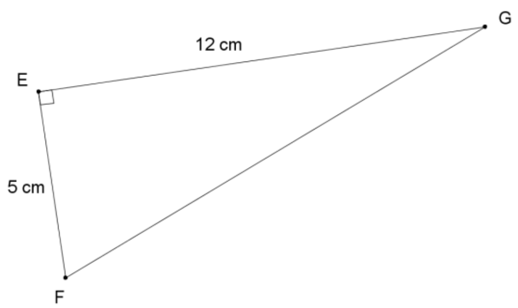
. $BA^2 + BC^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400$

D'où $BA^2 + BC^2 = AC^2$.

Or d'après la réciproque du théorème de Pythagore (si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle) :

Donc $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en B.}}$

7)



Le triangle EFG est rectangle en E.

Donc d'après le théorème de Pythagore (si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés) :

$$FG^2 = EF^2 + EG^2$$

$$FG^2 = 5^2 + 12^2$$

$$FG^2 = 25 + 144$$

$$FG^2 = 169$$

Or $FG > 0$; d'où : $FG = \sqrt{169}$

$\boxed{FG = 13\,\text{cm}}$

Bonus track

. Calcul de XY^2 :
On peut placer un point A afin d'obtenir un triangle AXY rectangle en A tel que :
AX = 1,5 cm et AY = 4,5 cm.

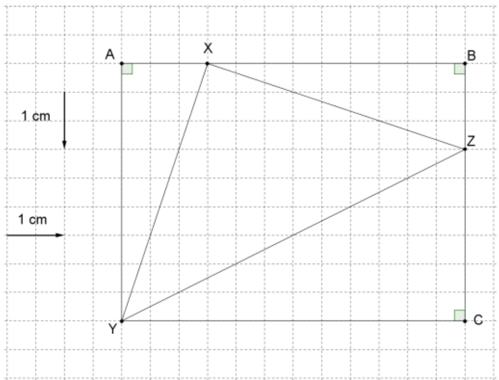
D'après le théorème de Pythagore :
$XY^2 = AX^2 + AY^2$
$XY^2 = 1{,}5^2 + 4{,}5^2$
$XY^2 = 22{,}5$

. Calcul de XZ^2 :
On peut placer un point B afin d'obtenir un triangle BXZ rectangle en B tel que :
BX = 4,5 cm et BZ = 1,5 cm.

D'après le théorème de Pythagore :
$XZ^2 = BX^2 + BZ^2$
$XZ^2 = 4{,}5^2 + 1{,}5^2$
$XZ^2 = 22{,}5$

. Calcul de YZ^2 :
On peut placer un point C afin d'obtenir un triangle CYZ rectangle en C tel que :
CY = 6 cm et CZ = 3 cm.

D'après le théorème de Pythagore :
$YZ^2 = CY^2 + CZ^2$
$YZ^2 = 6^2 + 3^2$
$YZ^2 = 45$



. Le plus grand côté du triangle XYZ est le côté [YZ].
. $YZ^2 = 45$
. $XY^2 + XZ^2 = 22{,}5 + 22{,}5 = 45$
Donc $YZ^2 = XY^2 + XZ^2$
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore : le triangle XYZ est **rectangle** en J.

. $XY^2 = 22{,}5$ et $XZ^2 = 22{,}5$.
Or XY et XZ sont positifs.
Donc $XY = \sqrt{22{,}5}$ et $XZ = \sqrt{22{,}5}$;
d'où $XY = XZ$.

Donc le triangle XYZ est **isocèle** de sommet X.

. Par conséquent :
$\boxed{\text{le triangle XYZ est isocèle-rectangle de sommet X.}}$