ÉNONCÉ

Exercice 1

1) Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme la plus simple :

a) $A = 2^5$

b) $B = 17^1$

c) $C = (-4)^3$

d) $D = 17^0$

e) $E = (-3)^4$

f) $F = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2$

g) $G = (-1)^{19}$

h) $H = -2^4$

i) $I = 3^{-2}$

j) $J = 10^{61} \times 10^{39}$

k) $K = \dfrac{10^{22}}{10^{19}}$

l) $L = 10^{-3} \times 10^{8} \times 10^{-5}$

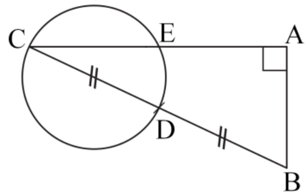
2) Écrire chacun des nombres suivants sous la forme la plus simple :

a) $P = \dfrac{9}{2} - \dfrac{8}{3} - \dfrac{1}{4}$

b) $Q = \dfrac{9}{2} \times \dfrac{8}{3} \times \dfrac{1}{4}$

Exercice 2

On considère un triangle ABC rectangle en A, et le point D milieu du segment $[BC]$.
Le cercle de diamètre $[CD]$ coupe le segment $[AC]$ en E.



1) Montrer que CDE est un triangle rectangle.

2) Montrer que les droites (DE) et (BA) sont parallèles.

3) Montrer que le point E est le milieu du segment $[AC]$.

Bonus Track : montrer que le nombre $\dfrac{\left(32 \times 10^{-3}\right)^2 \times 10^6}{\left(\left(2^2\right)^2\right)^2}$ est le carré d'un entier.

Corrigé

Exercice 1

1) a) $A = 2^5$
$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
$\boxed{A = 32}$

b) $B = 17^1$
$\boxed{B = 17}$

c) $C = (-4)^3$
$C = (-4) \times (-4) \times (-4)$
$C = -4 \times 4 \times 4$
$\boxed{C = -64}$

d) $B = 17^0$
$\boxed{B = 1}$

e) $E = (-3)^4$
$E = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
$E = +3 \times 3 \times 3 \times 3$
$\boxed{E = 81}$

f) $F = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3}$
$\boxed{F = \dfrac{4}{9}}$

g) $G = (-1)^{19}$
$G = \underbrace{(-1) \times (-1) \times \ldots \times (-1)}_{19 \text{ facteurs}}$
$G = -\underbrace{1 \times 1 \times \ldots \times 1}_{19 \text{ facteurs}}$
$\boxed{G = -1}$

h) $H = -2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2$
$\boxed{H = -16}$

i) $I = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2}$
$\boxed{I = \dfrac{1}{9}}$

j) $J = 10^{61} \times 10^{39}$
$J = 10^{61+39}$
$\boxed{J = 10^{100}}$
$(J = 1 \text{ googol})$

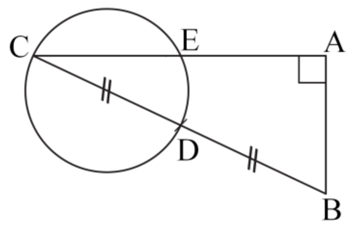
k) $K = \dfrac{10^{22}}{10^{19}}$
$K = 10^{22-19}$
$\boxed{K = 10^3}$

l) $L = 10^{-3} \times 10^{8} \times 10^{-5}$
$L = 10^{-3+8+(-5)}$
$L = 10^{-3-5+8}$
$L = 10^{0}$
$\boxed{L = 1}$

2) a) $P = \dfrac{9}{2} - \dfrac{8}{3} - \dfrac{1}{4}$
$P = \dfrac{9 \times 6}{2 \times 6} - \dfrac{8 \times 4}{3 \times 4} - \dfrac{1 \times 3}{4 \times 3}$
$P = \dfrac{54 - 32 - 3}{12}$
$\boxed{P = \dfrac{19}{12}}$

b) $Q = \dfrac{9}{2} \times \dfrac{8}{3} \times \dfrac{1}{4}$
$Q = \dfrac{9 \times 8 \times 1}{2 \times 3 \times 4}$
$Q = \dfrac{3 \times 3 \times 2 \times 4}{2 \times 3 \times 4}$
$\boxed{Q = 3}$

Exercice 3



1) Le point E appartient au cercle de diamètre $[CD]$. Donc d'après la réciproque du théorème de la médiane (***si trois points appartiennent à un cercle tels que deux d'entre eux sont les extrémités d'un diamètre de ce cercle, alors ces trois points forment un triangle rectangle***) : le triangle CDE est rectangle en E. C'est-à-dire : la droite (DE) est perpendiculaire à la droite (AC).

2) . D'après l'énoncé, le triangle ABC est rectangle en A, c'est-à-dire : la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (AC).

. De plus, d'après la question 1) , la droite (DE) est perpendiculaire à la droite (AC).

. Or d'après le théorème :
si deux droites sont perpendiculaires à une même autre droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Or les droites (AB) et (DE) sont perpendiculaires à la même droite (AC), donc les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

3) Dans le triangle ABC, D est le milieu du segment [BC], E un point du segment [AC] et la droite (DE) est parallèle au troisième côté [AB].

Donc d'après la troisième propriété du théorème des milieux (***si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors cette droite coupe le troisième côté en son milieu***) :
le point E est le milieu du segment [AC].

Bonus Track

$$\frac{\left(32\times10^{-3}\right)^2\times10^6}{\left(\left(2^2\right)^2\right)^2} = \frac{\left(32\times10^{-3}\right)^2\times10^{3\times2}}{\left(\left(2^2\right)^2\right)^2}$$

$$= \frac{\left(32\times10^{-3}\right)^2\times\left(10^3\right)^2}{\left(\left(2^2\right)^2\right)^2}$$

$$= \frac{\left(32\times10^{-3}\times10^3\right)^2}{\left(\left(2^2\right)^2\right)^2}$$

$$= \left(\frac{32\times10^{-3}\times10^3}{\left(2^2\right)^2}\right)^2$$

Donc le nombre $\dfrac{\left(32\times10^{-3}\right)^2\times10^6}{\left(\left(2^2\right)^2\right)^2}$ est bien le carré d'un entier.

<u>Autre méthode</u> : en calculant le nombre

$$\frac{\left(32\times10^{-3}\right)^2\times10^6}{\left(\left(2^2\right)^2\right)^2} = \frac{\left(2^5\times10^{-3}\right)^2\times10^6}{\left(2^{2\times2}\right)^2}$$

$$= \frac{\left(2^5\right)^2\times\left(10^{-3}\right)^2\times10^6}{2^{2\times2\times2}}$$

$$= \frac{2^{5\times2}\times10^{-3\times2}\times10^6}{2^8}$$

$$= \frac{2^{10}\times10^{-6}\times10^6}{2^8}$$

$$= \frac{2^{10}\times10^{-6+6}}{2^8}$$

$$= \frac{2^{10}}{2^8}\times10^{-6+6}$$

$$= 2^{10-8}\times10^0$$

$$= 2^2\times1$$

$$= 2^2$$

Donc le nombre $\dfrac{\left(32\times10^{-3}\right)^2\times10^6}{\left(\left(2^2\right)^2\right)^2}$ est égal au carré de 2.