ÉNONCÉ

Exercice 1

Écrire chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction simplifiée :

1) $A = \dfrac{3}{12}$

2) $B = \dfrac{9}{-6}$

3) $C = \dfrac{35}{42}$

4) $D = -2{,}75$

5) $E = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{2}$

6) $F = -\dfrac{17}{24} + \dfrac{5}{24}$

7) $G = \dfrac{7}{10} + \dfrac{7}{15}$

8) $H = \dfrac{180}{21} \times \dfrac{10}{3} \times \dfrac{7}{150}$

9) $I = \dfrac{-25}{-11} \div \dfrac{-125}{-44}$

10) $J = \dfrac{5}{4} \times \dfrac{22}{5} - \dfrac{11}{5} \div 2$

Exercice 2

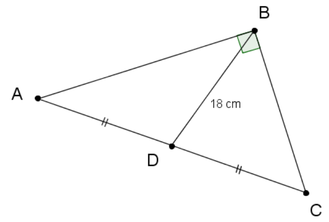
Recopier et compléter les phrases suivantes :

1) *Si un triangle est rectangle, alors --------------------- est un diamètre du cercle circonscrit à ce triangle.*

2) *Si dans un triangle une médiane a pour longueur la moitié de celle du côté opposé au sommet dont elle est issue, alors ----------------------------- .*

Exercice 3

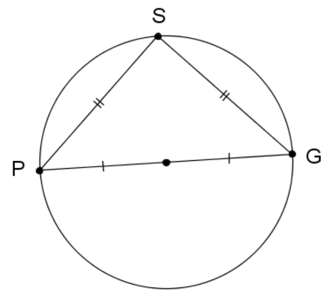
ABC est un triangle rectangle en B.
Le point D, milieu de $[AC]$, est tel que BD = 18 cm.



Calculer la longueur AC (justifier soigneusement).

Exercice 4

On considère un cercle de diamètre [PG] et S un point de ce cercle tel que PSG est un triangle isocèle de sommet S.



Déterminer la mesure en degrés de chacun des trois angles du triangle PSG.

Bonus Track

On considère un triangle EFG rectangle en E. Soit H, I et J les milieux respectifs des segments $[FG]$, $[EG]$ et $[EF]$. Démontrer que $EH = IJ$.

CORRIGÉ

Exercice 1

1) $A = \dfrac{3}{12}$

$A = \dfrac{1\times 3}{3\times 4}$

$\boxed{A = \dfrac{1}{4}}$

2) $B = \dfrac{9}{-6}$

$B = -\dfrac{3\times 3}{2\times 3}$

$\boxed{B = -\dfrac{3}{2}}$

3) $C = \dfrac{35}{42}$

$C = \dfrac{5\times 7}{6\times 7}$

$\boxed{C = \dfrac{5}{6}}$

4) $D = -2{,}75$

$D = -\dfrac{275}{100}$

$D = -\dfrac{11\times 25}{4\times 25}$

$\boxed{D = -\dfrac{11}{4}}$

5) $E = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{2}$

$E = \dfrac{1\times 2}{3\times 2} - \dfrac{1\times 3}{2\times 3}$

$E = \dfrac{2-3}{6}$

$\boxed{E = -\dfrac{1}{6}}$

6) $F = -\dfrac{17}{24} + \dfrac{5}{24}$

$F = \dfrac{-17+5}{24}$

$F = \dfrac{-12}{24} = -\dfrac{1\times 12}{2\times 12}$

$\boxed{F = -\dfrac{1}{2}}$

7) $G = \dfrac{7}{10} + \dfrac{7}{15}$

$G = \dfrac{7\times 3}{10\times 3} + \dfrac{7\times 2}{15\times 2}$

$G = \dfrac{21+14}{30}$

$G = \dfrac{35}{30} = \dfrac{5\times 7}{5\times 6}$

$\boxed{G = \dfrac{7}{6}}$

8) $H = \dfrac{180}{21} \times \dfrac{10}{3} \times \dfrac{7}{150}$

$H = \dfrac{180\times 10\times 7}{21\times 3\times 150}$

$H = \dfrac{6\times 30\times 10\times 7}{3\times 7\times 3\times 5\times 30}$

$H = \dfrac{2\times 3\times 2\times 5}{3\times 3\times 5}$

$H = \dfrac{2\times 2}{3}$

$\boxed{H = \dfrac{4}{3}}$

9) $I = \dfrac{-25}{-11} \div \dfrac{-125}{-44}$

$I = +\dfrac{25}{11} \div \dfrac{125}{44}$

$I = \dfrac{25\times 44}{11\times 125}$

$I = \dfrac{25\times 4\times 11}{11\times 5\times 25}$

$\boxed{I = \dfrac{4}{5}}$

10) $J = \dfrac{5}{4} \times \dfrac{22}{5} - \dfrac{11}{5} \div 2$

$J = \dfrac{5\times 2\times 11}{2\times 2\times 5} - \dfrac{11}{5} \times \dfrac{1}{2}$

$J = \dfrac{5\times 11}{2\times 5} - \dfrac{11}{5} \times \dfrac{1}{2}$

$J = \dfrac{55-11}{10}$

$J = \dfrac{44}{10} = \dfrac{2\times 22}{2\times 5}$

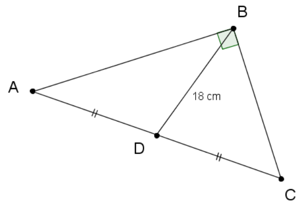
$\boxed{J = \dfrac{22}{5}}$

Exercice 2

1) Si un triangle est rectangle, alors **son hypoténuse** est un diamètre du cercle circonscrit à ce triangle.

2) Si dans un triangle une médiane a pour longueur la moitié de celle du côté opposé au sommet dont elle est issue, alors **ce triangle est rectangle** (en le point dont la médiane est issue).

Exercice 3

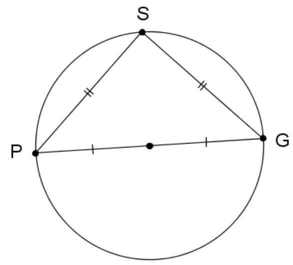


Dans le triangle ABC rectangle en B, le point D est le milieu du segment $[AC]$.

Donc d'après le théorème de la médiane (***si un triangle est rectangle, alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse***) :

$BD = \dfrac{AC}{2}$ d'où $AC = 2 \times BD = 2 \times 18$. Par conséquent : $\boxed{AC = 36\,\text{cm}}$.

Exercice 4



Le point S appartient au cercle de diamètre $[PG]$.

Donc d'après la réciproque du théorème de la médiane (***si trois points appartiennent à un cercle tels que deux d'entre eux sont les extrémités d'un diamètre de ce cercle, alors ces trois points forment un triangle rectangle***) : le triangle PSG est rectangle en S.

Donc $\boxed{P\hat{S}G = 90°}$.

Dans un triangle, la somme des mesures en degrés des trois angles est égale à 180.

Donc $P\hat{S}G + S\hat{P}G + S\hat{G}P = 180$

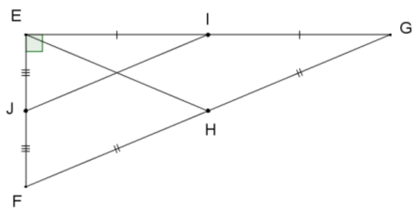
D'après l'énoncé, le triangle PSG est isocèle de sommet S, donc ses angles à base $S\hat{P}G$ et $S\hat{G}P$ sont égaux.

De plus, on a vu que $P\hat{S}G = 90°$.

D'où $90 + 2 \times S\hat{P}G = 180$. Donc $2 \times S\hat{P}G = 180 - 90$. On en déduit : $S\hat{P}G = \dfrac{90}{2} = 45$.

Par conséquent : $\boxed{S\hat{P}G = S\hat{G}P = 45°}$

Bonus Track



. Dans le triangle EFG rectangle en E, le point H est le milieu du segment [FG].
Donc d'après le théorème de la médiane (***si un triangle est rectangle, alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse***) :

$EH = \dfrac{FG}{2}$

. Dans le triangle EFG, le point I est le milieu du segment [EG] et J est le milieu du segment [EF].

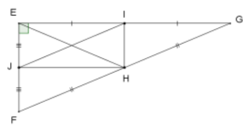
Donc d'après la $2^{\text{ème}}$ propriété du théorème des milieux (***si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors ce segment a pour longueur la moitié de la longueur du troisième côté***) :

$IJ = \dfrac{FG}{2}$

. On vient de montrer que $EH = \dfrac{FG}{2}$ et $IJ = \dfrac{FG}{2}$.

On en conclut que : $EH = IJ$.

Autre méthode :



. Dans le triangle EFG, J est le milieu de [EF] et H est le milieux de [FG].
Donc d'après le théorème des milieux :
[JH] // [EG] et $JH = \dfrac{EG}{2}$.

. On en déduit que [JH] // [EI] et JH=EI
Donc le quadrilatère EIHJ possède deux côtés parallèles et de même longueur.
C'est donc un parallélogramme.

. $F\hat{E}G = 90°$ donc EIJH est un parallélogramme qui possède un angle droit : c'est donc un rectangle.

. On sait que les diagonales dans un rectangle ont la même longueur.
On en déduit que EH=IJ.