Épreuve commune n° 1 de mathématiques – CORRIGÉ

Interrogation du jeudi 20 décembre 2012 - calculatrices interdites

ÉNONCÉ

Exercice 1

Pour chaque question entourez la ou les bonnes réponses.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	$\frac{144}{60} =$	$\frac{36}{15}$	$\frac{14}{6}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{94}{10}$
2	$2 \times \frac{3}{2} =$	$\frac{6}{4}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{5}{2}$	3
3	$100 \div (-2{,}5) =$	-40	$0{,}025$	$-0{,}025$	40
4	Quelles sont les expressions négatives ?	$\frac{2 \times (-5)}{4}$	$\frac{7}{(-2) \times (-9)}$	$\frac{4 \times 5}{-11}$	$\frac{-1}{-4{,}8} \times \frac{-2{,}5}{-6}$
5	$-55 + 5 \times 9 =$	10	-450	-10	-540

Exercice 2

Calculer les expressions A et B en écrivant toutes les étapes des calculs.

$A = 24 - 2 \times (-5) + 9 \qquad B = (5 - 61) \div (-7 \times 4)$

Exercice 3

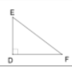
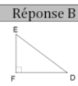
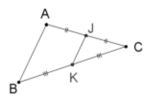
Calculer les expressions C, D et E en donnant les étapes et en simplifiant au maximum.

$C = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} \qquad D = \frac{-49}{16} \times \frac{24}{-21} \times \frac{12}{-56}$

$E = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7}$

Exercice 4

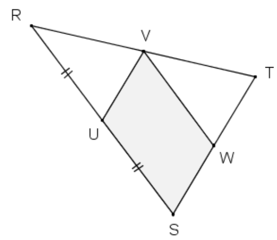
Pour chaque question entourez la (ou les) bonne(s) réponse(s).

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	L'égalité $EF^2 = DE^2 + DF^2$ est vraie dans le triangle :			
2	Si une droite (D1) est perpendiculaire à une droite (D2), et que la droite (D2) est parallèle à une droite (D3), alors (D1) et (D3) sont...	perpendiculaires	parallèles	sécantes
3		(JK) et (AB) sont perpendiculaires	(JK) et (AB) sont parallèles	(JK) et (AB) sont confondues
4		$JK = 2AB$	$JK = \frac{1}{2}AB$	$JK = AB$

Exercice 5

On considère le triangle RST.
Le point U est le milieu du segment [RS].
Le point V est un point du segment [RT] et le point W est un point du segment [ST]
Le quadrilatère UVWS est un parallélogramme.

Montrer que le point V est le milieu du segment [RT].



Exercice 6

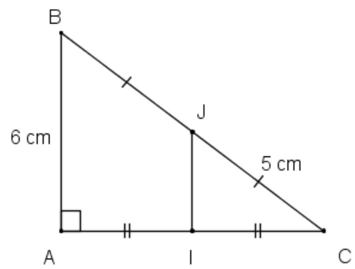
On considère le triangle ABC rectangle en A.
I et J sont les milieux respectifs des segments [CA] et [CB].
On donne : $AB = 6$ cm et $CJ = 5$ cm .

1. Montrer que $IJ = 3$ cm .

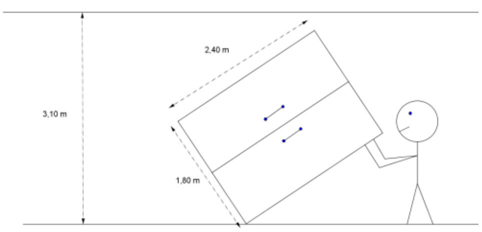
2. a) Montrer que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles.
b) En déduire que IJC est un triangle rectangle.

3. Calculer la longueur IC .

4. Calculer le périmètre du triangle ABC.



Exercice bonus



Cette personne pourra-t-elle redresser l'armoire ? (on considère que l'armoire est un parallélépipède rectangle).

Toute trace de recherche sera prise en compte

CORRIGÉ

Exercice 1

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	$\frac{144}{60} =$	$\boxed{\frac{36}{15}}$	$\frac{14}{6}$	$\boxed{\frac{12}{5}}$	$\frac{94}{10}$
2	$2 \times \frac{3}{2} =$	$\frac{6}{4}$	$\boxed{\frac{6}{2}}$	$\frac{5}{2}$	$\boxed{3}$
3	$100 \div (-2{,}5) =$	$\boxed{-40}$	$0{,}025$	$-0{,}025$	40
4	Quelles sont les expressions négatives ?	$\boxed{\frac{2 \times (-5)}{4}}$	$\frac{7}{(-2) \times (-9)}$	$\boxed{\frac{4 \times 5}{-11}}$	$\frac{-1}{-4{,}8} \times \frac{-2{,}5}{-6}$
5	$-55 + 5 \times 9 =$	10	-450	$\boxed{-10}$	-540

Explications *(non demandées par l'énoncé) :*

1. $\frac{144}{60} = \frac{2\times72}{2\times30} = \frac{72}{30} = \frac{2\times36}{2\times15} = \mathbf{\frac{36}{15}} = \frac{3\times12}{3\times5} = \mathbf{\frac{12}{5}}$

2. $2 \times \frac{3}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{2\times3}{1\times2} = \mathbf{\frac{6}{2}} = 3$

3. $100 \div (-2{,}5) = -\frac{100}{2{,}5} = -\frac{100\times4}{2{,}5\times4} = -\frac{400}{10} = \mathbf{-40}$

4. . L'expression $\frac{2\times(-5)}{4}$ contient un unique facteur négatif. Selon la règle des signes, cette expression est négative.

. L'expression $\frac{7}{(-2)\times(-9)}$ contient exactement deux facteurs négatifs. Selon la règle des signes, cette expression est positive.

. L'expression $\frac{4\times5}{-11}$ contient un unique facteur négatif. Selon la règle des signes, cette expression est négative.

. L'expression $\frac{-1}{-4{,}8} \times \frac{-2{,}5}{-6}$ contient exactement quatre facteurs négatifs. Selon la règle des signes, cette expression est positive.

5. $-55 + 5 \times 9 = -55 + 45 = -10$

Exercice 2

$A = 24 - 2 \times (-5) + 9$

$A = 24 + [-\mathbf{2} \times (-\mathbf{5})] + 9$

$A = 24 + 10 + 9$

$A = 34 + 9$

$\boxed{A = 43}$

$B = (5 - 61) \div (-7 \times 4)$

$B = (-56) \div (-28)$

$\boxed{B = 2}$

Exercice 3

$C = \frac{3}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{5} - \frac{3\times2}{5\times7} = \frac{3}{5} - \frac{6}{35}$

$C = \frac{3\times7}{5\times7} - \frac{6}{35} = \frac{21}{35} - \frac{6}{35} = \frac{21-6}{35} = \frac{15}{35}$

$C = \frac{15}{35} = \frac{3\times5}{5\times7}$

$C = \boxed{\frac{3}{7}}$

$D = \frac{-49}{16} \times \frac{24}{-21} \times \frac{12}{-56}$

$D = -\frac{49}{16} \times \frac{24}{21} \times \frac{12}{56} = -\frac{49\times24\times12}{16\times21\times56}$

$D = -\frac{7\times7\times3\times8\times2\times6}{2\times8\times3\times7\times7\times8}$

$D = -\frac{3\times2}{4\times2}$

$D = \boxed{-\frac{3}{4}}$

$E = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7} = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{7}{2\times4}$

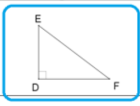
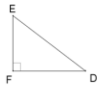
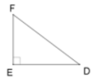
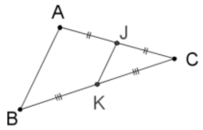
$E = \frac{7}{3} - \frac{2\times7}{3\times2\times4} = \frac{7}{3} - \frac{7}{3\times4}$

$E = \frac{7\times4}{3\times4} - \frac{7}{3\times4} = \frac{28}{12} - \frac{7}{12} = \frac{28-7}{12}$

$E = \frac{21}{12} = \frac{3\times7}{3\times4}$

$E = \boxed{\frac{7}{4}}$

Exercice 4

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	L'égalité $EF^2 = DE^2 + DF^2$ est vraie dans le triangle :			
2	Si une droite (D1) est perpendiculaire à une droite (D2), et que la droite (D2) est parallèle à une droite (D3), alors (D1) et (D3) sont...	perpendiculaires	parallèles	sécantes
3		(JK) et (AB) sont perpendiculaires	(JK) et (AB) sont parallèles	(JK) et (AB) sont confondues
4		$JK = 2AB$	$JK = \frac{1}{2}AB$	$JK = AB$

Explications *(non demandées par l'énoncé) :*

1. *Proposition A* : le triangle DEF est rectangle en D, donc d'après le théorème de Pythagore, l'égalité $EF^2 = DE^2 + DF^2$ est vraie.

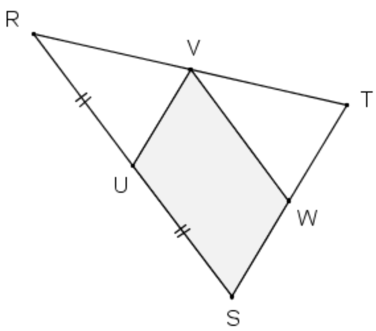
Proposition B : le triangle DEF est rectangle en F, donc il n'est pas rectangle en D (un triangle ne peut pas avoir deux angles droits) ; donc d'après la contraposée de la réciproque du théorème de Pythagore, l'égalité $EF^2 = DE^2 + DF^2$ est fausse.

Proposition C : même raisonnement que pour la proposition B.

2. D'après la propriété sur les droites parallèles et perpendiculaires : si deux droites sont parallèles entre elles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Donc les droites (D1) et (D3) sont perpendiculaires.
On en déduit que les droites (D1) et (D3) sont également sécantes.

3. et **4.** Dans le triangle ABC, I et J sont les milieux respectifs des côtés [AC] et [BC].
Donc d'après le théorème des milieux, les droites (JK) et (AB) sont parallèles ;
de plus : $JK = \frac{1}{2}AB$.

Exercice 5



D'après l'énoncé :

. le quadrilatère UVWS est un parallélogramme, donc, par définition, les droites (UV) et (ST) sont parallèles.

. Le point U est le milieu du segment [RS].

. Le point V est un point du segment [RT].

Donc dans le triangle RST :

. (UV) // (ST)

. U milieu de [RS].

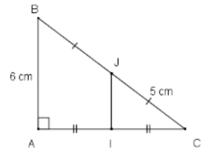
. V $\in$ [RT].

Par conséquent, d'après la propriété de la droite des milieux (dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté) :

le point V est le milieu du segment [RT]

Exercice 6

1. Dans le triangle ABC,



. I est le milieu du segment [CA]

. J est le milieu du segment [CB]

Donc d'après le théorème des milieux (dans un triangle, si un segment joint les milieux de deux côtés, alors ce segment a pour longueur la moitié de la longueur du troisième côté) :

$$\mathrm{IJ} = \frac{1}{2}\mathrm{AB} = \frac{1}{2} \times 3$$

D'où $\boxed{\mathrm{IJ} = 3\ \mathrm{cm}}$

2. a) Dans le triangle ABC,

. I est le milieu du segment [CA]

. J est le milieu du segment [CB]

Donc d'après le théorème des milieux (dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors cette droite est parallèle au troisième côté) :

les droites (IJ) et (AB) sont parallèles

b) . D'après la question 2.a) : (AB) ∥ (IJ)

. D'après l'énoncé, le triangle ABC est rectangle en A donc (AC) ⊥(AB).

Or d'après la propriété sur les droites parallèles et perpendiculaires : si deux droites sont parallèles entre elles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc les droites (AC) et (IJ) sont perpendiculaires.
On en déduit que :

IJC est un triangle rectangle

3. D'après la question précédente, le triangle IJC est rectangle en I. Donc d'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle IJC :

$\mathrm{JC}^2 = \mathrm{IJ}^2 + \mathrm{IC}^2$
$5^2 = 3^2 + \mathrm{IC}^2$
$25 = 9 + \mathrm{IC}^2$
$\mathrm{IC}^2 = 25 - 9$
$\mathrm{IC}^2 = 16$
$\mathrm{IC} = \sqrt{16}$

d'où $\boxed{\mathrm{IC} = 4\ cm}$

4. Soit P le périmètre du triangle ABC.

$P = \mathrm{AB} + \mathrm{BC} + \mathrm{AC}$

. D'après l'énoncé, $\mathrm{AB} = 6\ cm$

. D'après l'énoncé, J est le milieu de [BC].

Donc $\mathrm{BC} = 2 \times \mathrm{JC}$

De plus, $\mathrm{JC} = 5\ cm$

Donc $\mathrm{BC} = 2 \times 5 = 10\ cm$

. D'après l'énoncé, I est le milieu de [AC]

Donc $\mathrm{AC} = 2 \times \mathrm{IC}$

De plus, d'après a question 3, $\mathrm{IC} = 4\ cm$.

Donc $\mathrm{AC} = 2 \times 4 = 8\ cm$

. On en déduit :

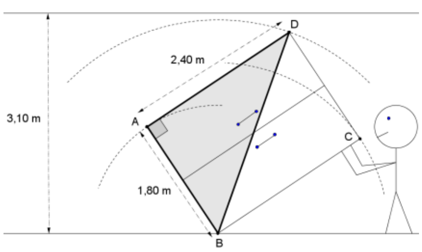
$P = 6 + 10 + 8$

$P = 24$

Donc **le périmètre du triangle ABC est égal à 24 cm.**

Exercice bonus

Plaçons les points A, B, C et D suivants :



L'armoire étant un parallélépipède rectangle, ABCD est donc un rectangle.

Le point B est un point fixe (c'est le point d'appui de l'armoire).

Chaque point de l'armoire (différent de B) va parcourir un arc de cercle de centre B.

Parmi ces cercles, celui de plus grand rayon est celui de rayon [BD] (tous les autres points sont à l'intérieur de ce grand cercle).

Par conséquent, pour que l'armoire puisse être redressée, il faut et il suffit que la longueur BD soit inférieure à la hauteur de plafond.

Calculons la longueur BD.

Le triangle ABD est rectangle en A.

Donc d'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABD :

$\mathrm{BD}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AD}^2$
$\mathrm{BD}^2 = 1{,}8^2 + 2{,}4^2$
$\mathrm{BD}^2 = 3{,}24 + 5{,}76$
$\mathrm{BD}^2 = 9$
$\mathrm{BD} = \sqrt{9}$

d'où $\mathrm{BD} = 3\ m$

Or la hauteur de plafond est de 3,10 m.
Et $\mathrm{BD} < 3{,}10$

Par conséquent :

l'armoire pourra être redressée.