

1 Distance d'un point à une droite

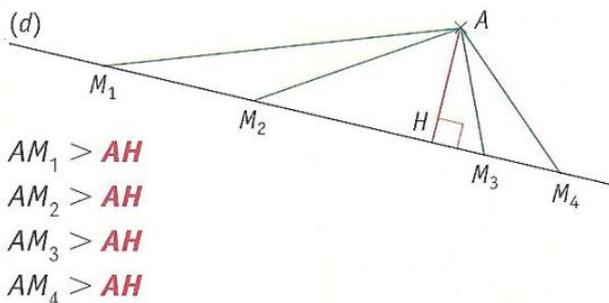
a Définition et propriété

Définition : On considère un point A et une droite (d) .

La **distance du point A à la droite (d)** est la plus petite de toutes les longueurs possibles entre le point A et un point quelconque de la droite (d) .

Propriété : La perpendiculaire à la droite (d) qui passe par le point A coupe la droite (d) en un point H .

La longueur AH est la **distance** du point A à la droite (d) .



b Cas particulier

Lorsque le point A appartient à la droite (d) , la distance du point A à la droite (d) est égale à 0.

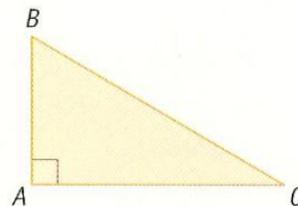


c Conséquence concernant les triangles rectangles

Propriété : Si un triangle est rectangle, alors son hypoténuse est son côté le plus long.

EXEMPLE :

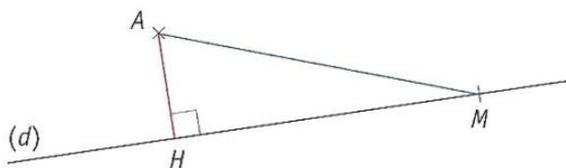
- ABC est un triangle rectangle en A .
- Son hypoténuse est le côté $[BC]$.
- D'où : $[BC]$ est le côté le plus long.
- Donc : $AB < BC$ et $AC < BC$.



■ **Remarque :** Une démonstration de cette propriété est proposée à l'exercice 51 page 197.



- Pour tout point M de la droite (d) , distinct du point H , on a : $AM > AH$.



2 Tangente à un cercle en l'un de ses points

a Définition et propriétés

Définition : On considère un cercle (\mathcal{C}) et un point A appartenant à ce cercle.

La **tangente au cercle (\mathcal{C}) en A** est la droite dont le seul point commun avec ce cercle est le point A .

Propriété : Soit (\mathcal{C}) un cercle de centre O et A un point de ce cercle.

Si la droite (d) est la tangente au cercle (\mathcal{C}) en A , alors la droite (d) est **perpendiculaire** à la droite (OA) .

Propriété réciproque : Soit (\mathcal{C}) un cercle de centre O et A un point de ce cercle.

Si une droite passe par le point A et est perpendiculaire à la droite (OA) , alors cette droite est la tangente au cercle (\mathcal{C}) en A .

■ **Remarque :** Cette propriété est admise.

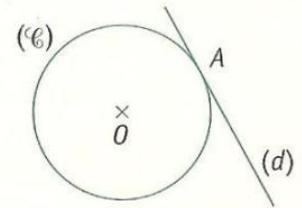
■ EXEMPLE :

Le point A appartient au cercle (\mathcal{C}) de centre O .

On a : $A \in (d)$ et $(OA) \perp (d)$.

Donc la droite (d) est tangente au cercle (\mathcal{C}) en A .

■ EXEMPLE :



La droite (d) est la tangente au cercle (\mathcal{C}) en A . Donc, $(OA) \perp (d)$.

b Construction au compas d'une tangente

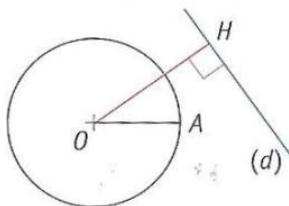
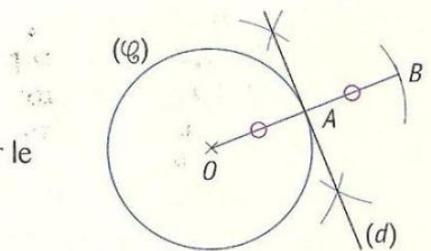
On considère un cercle (\mathcal{C}) de centre O et un point A de ce cercle.

On construit le symétrique B du point O par rapport au point A .

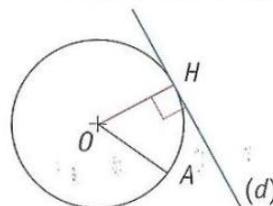
On construit la médiatrice (d) du segment $[OB]$.

La droite (d) est la droite perpendiculaire à la droite (OB) passant par le point A .

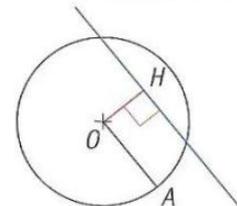
Donc, **la droite (d) est la tangente au cercle (\mathcal{C}) en A .**



• Si $OH > OA$, alors la droite (d) et le cercle (\mathcal{C}) n'ont pas de point commun.



• Si $OH = OA$, alors la droite (d) est la tangente au cercle (\mathcal{C}) en A .



• Si $OH < OA$, alors la droite (d) coupe le cercle (\mathcal{C}) en deux points.

3 Bissectrices et cercle inscrit dans un triangle

a Bissectrice d'un angle

Définition : La bissectrice d'un angle est la droite, ou la demi-droite, qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

Propriété :

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.

■ **EXEMPLE :**

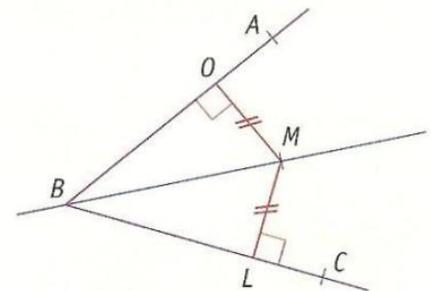
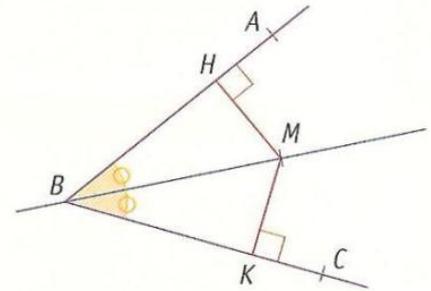
Le point M appartient à la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} , donc $MH = MK$.

Propriété réciproque :

Si un point est équidistant des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

■ **EXEMPLE :**

Le point M est équidistant des droites (AB) et (BC) , donc le point M appartient à la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} .

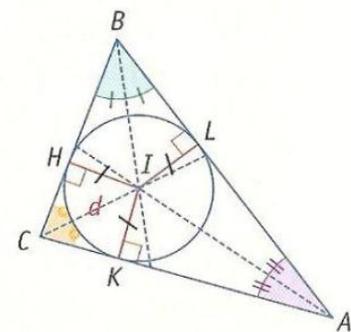


b Cercle inscrit dans un triangle

Propriété :

Les **bissectrices** des angles d'un triangle sont **concourantes**.

Ce point de concours est le **centre du cercle inscrit** dans le triangle : le cercle tangent à chacun des trois côtés du triangle.



Les **médiatrices** des côtés d'un triangle sont **concourantes**.

Ce point de concours est équidistant des trois **sommets** du triangle.

Ce point de concours est le **centre du cercle circonscrit** au triangle.

Le **cercle circonscrit** est le cercle qui **pass**e par les trois sommets du triangle.

Les **bissectrices** des angles d'un triangle sont **concourantes**.

Ce point de concours est équidistant des trois **côtés** du triangle.

Ce point de concours est le **centre du cercle inscrit** dans le triangle.

Le **cercle inscrit** est le cercle qui est **tan-**gent à chacun des trois côtés du triangle.