# Chapitre 09 : théorème des milieux

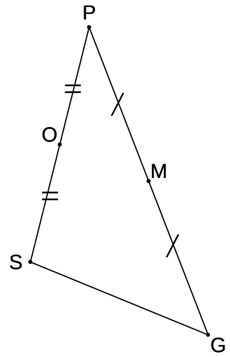
## Kapitos.09 (les exercices de base)

version 1.1

## Énoncé

### Exercice 1

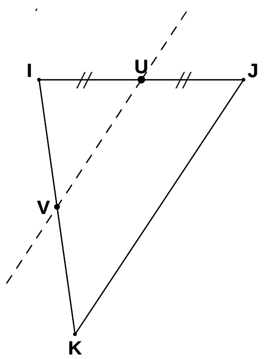
Dans le triangle PSG ci-contre,
O est le milieu du segment $[PS]$ ;
M est le milieu du segment $[PG]$ ;
$SG = 2,5\,\text{cm}$.




1. Démontrer que les droites $(OM)$ et $(SG)$ sont parallèles.
2. Calculer la longueur $OM$.

### Exercice 2

Dans le triangle IJK ci-contre,
U est le milieu du segment $[IJ]$ ;
La parallèle à la droite $(JK)$ passant par le point U coupe la droite $(IK)$ en un point V ;
$IJ = 2,7$ ; $IK = 3,4$ et $JK = 4$.




1. Démontrer que le point V est le milieu du segment $[IK]$.
2. Montrer que $UV = 2$.
3. Calculer le périmètre $\mathcal{P}$ du triangle IUV.

### Exercice 3

Soit ABC un triangle.
Soient $B'$ le symétrique du point A par rapport au point B, et $C'$ le symétrique du point A par rapport au point C.

Démontrer que les droites $(B'C')$ et $(BC)$ sont parallèles.

### Exercice 4

On considère le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$, $AC = 8$ et $BC = 10$.

Soient I le milieu du segment $[AC]$ et J le milieu du segment $[BC]$.

1. Calculer la longueur IC.
2. Calculer la longueur IJ.
3. Montrer que les droites $(IJ)$ et $(AC)$ sont perpendiculaires.

   En déduire la nature du triangle CIJ.
4. Calculer l'aire du triangle CIJ.

# Corrigé

### Exercice 1

1. Dans le triangle PSG, O est le milieu du segment $[PS]$ et M est le milieu du segment $[PG]$.

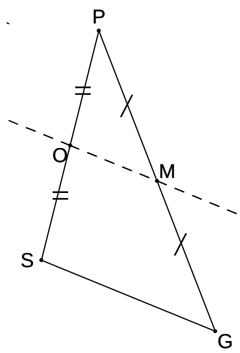
   Donc d'après la première propriété du théorème des milieux (***si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors cette droite est parallèle au troisième côté***) :

   la droite $(OM)$ est parallèle à la droite $(SG)$.

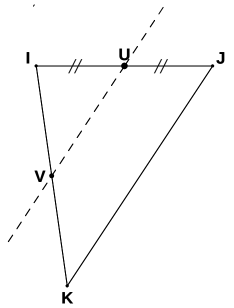
2. Dans le triangle PSG, O est le milieu du segment $[PS]$ et M est le milieu du segment $[PG]$.
   Donc d'après la deuxième propriété du théorème des milieux (***si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors ce segment a pour longueur la moitié de la longueur du troisième côté***) :

$$OM = \frac{1}{2}SG = \frac{1}{2}\times 2,5$$

$$\boxed{OM = 1,25\,\text{cm}}$$



## Exercice 2




**1.** La droite $(UV)$ passe par le point U, milieu du segment $[IJ]$, et est parallèle au segment $(JK)$.
Donc d'après la troisième propriété du théorème des milieux (***si dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un autre côté, alors cette droite coupe le troisième côté en son milieu***) :
la droite $(UV)$ coupe le segment $[IK]$ en son milieu.
C'est-à-dire : le point V est le milieu du segment $[IK]$.

**2.** Dans le triangle IJK, U est le milieu du segment $[IJ]$ et V est le milieu du segment $[IK]$.
Donc d'après la deuxième propriété du théorème des milieux (***si dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés, alors ce segment a pour longueur la moitié de la longueur du troisième côté***) :

$$UV = \frac{1}{2}JK = \frac{1}{2}\times 4$$

$$\boxed{UV = 2}$$

**3.** $\mathcal{P} = IV + IU + UV$

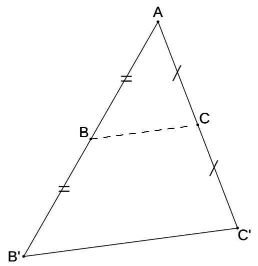
. V est le milieu du segment $[IK]$,
donc $IV = \frac{1}{2}IK = \frac{1}{2}\times 3{,}4 = 1{,}7$.

. U est le milieu du segment $[IJ]$,
donc $IU = \frac{1}{2}IJ = \frac{1}{2}\times 2{,}7 = 1{,}35$.

. $UV = 2$
D'où : $\mathcal{P} = 1{,}7 + 1{,}35 + 2 = 5{,}05$

Donc **le périmètre du triangle IUV est égal à 5,05.**

## Exercice 3

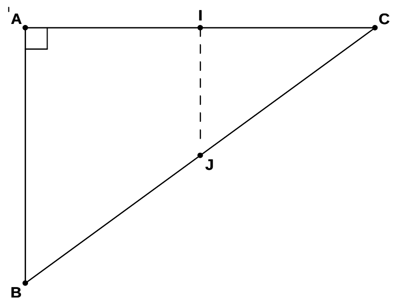



. $B'$ est le symétrique du point A par rapport au point B, donc B est le milieu du segment $[AB']$.
. $C'$ est le symétrique du point A par rapport au point C, donc C est le milieu du segment $[AC']$.

Donc dans le triangle $AB'C'$, B est le milieu du segment $[AB']$ et M est le milieu du segment $[AC']$.

Donc d'après la première propriété du théorème des milieux (***si dans un triangle une droite passe par les milieux de deux côtés, alors cette droite est parallèle au troisième côté***) :
la droite $(B'C')$ est parallèle à la droite $(BC)$.

## Exercice 4




**1.** I est le milieu du segment $[AC]$ et $AC = 8$ ;
donc $IC = \frac{8}{2}$,
d'où $\boxed{IC = 4}$.

**2.** Dans le triangle ABC, I est le milieu du segment $[AC]$ et J est le milieu du segment $[BC]$.
Donc d'après la deuxième propriété du théorème des milieux : $IJ = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2}$ ,
c'est-à-dire $\boxed{IJ = 3}$

**3.** Dans le triangle ABC, I est le milieu du segment $[AC]$ et J est le milieu du segment $[BC]$.
Donc d'après la première propriété du théorème des milieux, la droite $(IJ)$ est parallèle à la droite $(AB)$.
Or la droite $(AB)$ est perpendiculaire à la droite $(AC)$.
Donc la droite $(IJ)$ est aussi perpendiculaire à la droite $(AC)$.
C'est-à-dire : le triangle CIJ est rectangle en I.

**4.** Soit $\mathcal{A}$ l'aire du triangle CIJ.
Le triangle CIJ est rectangle en I.

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}\times IC\times IJ \ = \frac{1}{2}\times 4\times 3$$

$$\mathcal{A} = 2\times 3 = 6$$

Donc **l'aire du triangle CIJ est égale à 6.**