

Énoncés

1) Calculer les puissances suivantes :

- a) 2^6 b) 7^3 c) 17^2 d) $(-3)^5$ e) $(-5)^4$
 f) -5^4 g) $(-15)^0$ h) $0,2^2$ i) $(-0,5)^3$
 j) 1^{15} k) $(-1)^{16}$ l) $(-1)^{17}$ m) 0^{24} n) $3^{4 \times 0,25}$

2) Calculer les puissances suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 ; \left(\frac{3}{2}\right)^2 ; \left(-\frac{2}{5}\right)^3 ; \left(-\frac{1}{7}\right)^3 ; \left(\frac{7}{5}\right)^4 ; \left(\frac{5}{4}\right)^0$$

3) Recopier et compléter les expressions suivantes :

- a) $36 = \dots^2$ b) $-32 = (-2)^{\dots}$ c) $625 = (-5)^{\dots}$
 d) $81 = 9^{\dots} = 3^{\dots}$ e) $64 = \dots^1 = \dots^2 = \dots^3 = \dots^6$

4) Écrire chaque nombre suivant sous la forme d'une puissance de 10 :

- a) cent b) mille c) cent mille
 d) un million e) un milliard f) mille milliards
 g) un googol h) un googolplex

5) Calculer les puissances suivantes :

- a) 2^{-2} b) 3^{-3} c) $(-4)^{-2}$ d) $(-11)^{-1}$
 e) $(-12)^{-2}$ f) $(0,1)^{-2}$ g) $(-0,2)^{-3}$ h) 1^{-12}
 i) $(-1)^{-13}$ j) $(-1)^{-14}$ k) $(-2)^{-5}$ l) $(-0,25)^{-1}$

6) Calculer les puissances suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} ; \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} ; \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} ; \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} ; \left(-\frac{7}{5}\right)^{-3} ; \left(-\frac{1}{10}\right)^{-2}$$

7) Écrire chaque nombre suivant sous la forme a^n où n est un entier.

- a) $\frac{1}{25}$ b) $\frac{1}{27}$ c) $\frac{1}{81}$ d) 0,25 e) 0,0001

8) Écrire chaque expression sous la forme 10^n :

- a) $10^2 \times 10^3$ b) $10^5 \times 10^{-2}$ c) $10^{-2} \times 10^{-3}$
 d) $10^{-4} \times 10^4$ e) $10^{-2} \times 10^{-3} \times 10^7$
 f) $(10^{-2})^3$ g) $(10^3)^4$ h) $(10^{-4})^{-2}$
 i) $(10^0)^7$ j) $(10^{-2})^{-1}$ k) $(10^{-4})^0$
 l) $\frac{10^3 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^5}$ m) $\frac{10 \times 10^{-5}}{10^4 \times 10^2}$ n) $\frac{10^{-5} \times 10^{-1}}{10^3 \times 10^{-7}}$
 o) $\frac{10^7 \times 10^6}{10^{-1} \times 10^{-8}}$ p) $\frac{10^2 \times 10^{-7} \times 10}{10^3 \times (10^{-2})^4}$

9) Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

- a) 7 500 000 b) -254 100 c) 10 000
 d) 0,000 054 e) -0,000 04 f) 0,000 000 1

10) Soit les nombres : $A = 3 \times 10^4$; $B = 2 \times 10^3$. Calculer les expressions suivantes et donner les résultats en notation scientifique:

- a) $A \times B$ b) $A : B$ c) $A + B$ d) $A - B$

11) On considère les deux nombres :

$$A = \frac{5 \times 10^8 \times 11 \times 10^3}{22 \times 10^5} ; B = \frac{49 \times 10^{-4} \times 75 \times 10^5}{35 \times (10^{-3})^2}$$

- a) Calculer les expressions A et B et donner les résultats en notation scientifique.
 b) Calculer $A + B$ et donner le résultat en écriture décimale puis en notation scientifique.
 c) Calculer $\frac{B}{A}$.

12) Calculer les expressions suivantes :

- a) $\frac{3^{18}}{3^{15}}$ b) $\frac{1,5^{-3}}{1,5^{-5}}$ c) $(0,2^{-3})^{-2}$
 d) $\frac{2^{12} \times 2^7}{2^{20}}$ e) $\frac{(5^4)^{-2} \times 5^{12}}{5^5 \times 5^{-3}}$ f) $((10^5)^5)^4$
 g) $2^6 \times 5^6$ h) $\frac{2^4}{20^4}$ i) $2^5 + 10^5$
 j) $\frac{14^4}{7^4}$ k) $20^4 + 10^4$ l) $2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$

Corrigés

1) a) $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \boxed{64}$

b) $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = \boxed{343}$

c) $17^2 = 17 \times 17 = \boxed{289}$

d) $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
 $(-3)^5 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
 $(-3)^5 = \boxed{-243}$

e) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$
 $(-5)^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$
 $(-5)^4 = \boxed{625}$

f) $-5^4 = -5 \times 5 \times 5 \times 5$
 $-5^4 = \boxed{-625}$

g) $(-15)^0 = \boxed{1}$ Rappel : pour tout nombre a , $a^0 = 1$

h) $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = \boxed{0,04}$

i) $(-0,5)^3 = (-0,5) \times (-0,5) \times (-0,5)$
 $(-0,5)^3 = -0,5 \times 0,5 \times 0,5$
 $(-0,5)^3 = \boxed{-0,125}$

j) $1^{15} = \underbrace{1 \times 1 \times \dots \times 1}_{15 \text{ facteurs}}$
 $1^{15} = \boxed{1}$

k) $(-1)^{16} = \underbrace{(-1) \times (-1) \times \dots \times (-1)}_{16 \text{ facteurs}}$
 $(-1)^{16} = +1$ (le résultat est positif car il y a un nombre pair (16) de facteurs négatifs)
 $(-1)^{16} = \boxed{1}$

l) $(-1)^{17} = \underbrace{(-1) \times (-1) \times \dots \times (-1)}_{17 \text{ facteurs}}$
 $(-1)^{17} = \boxed{-1}$ (le résultat est négatif car il y a un nombre impair (17) de facteurs négatifs)

m) $0^{24} = 0 \times 0 \times \dots \times 0$
 $0^{24} = \boxed{0}$

n) $3^{4 \times 0,25} = 3^1$
 $3^{4 \times 0,25} = \boxed{3}$

2) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 4} = \boxed{\frac{1}{64}}$

Autre méthode :

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1^3}{4^3} = \frac{1 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{2 \times 2} = \boxed{\frac{9}{4}}$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$= -\frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5} = \boxed{-\frac{8}{125}}$$

$$\left(-\frac{1}{7}\right)^3 = \left(-\frac{1}{7}\right) \times \left(-\frac{1}{7}\right) \times \left(-\frac{1}{7}\right)$$

$$= -\frac{1 \times 1 \times 1}{7 \times 7 \times 7} = \boxed{-\frac{1}{343}}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^4 = \frac{7^4}{5^4} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \boxed{\frac{2401}{625}}$$

$\left(\frac{5}{4}\right)^0 = \boxed{1}$ Rappel : pour tout nombre a , $a^0 = 1$

3) a) $36 = 6^2$

b) $-32 = (-2)^5$

c) $625 = (-5)^4$

d) $81 = 9^2 = 3^4$

e) $64 = 64^1 = 8^2 = 4^3 = 2^6$

4) a) cent : 10^2

b) mille : 10^3

c) cent mille : 10^5

d) un million : 10^6 (nombre composé du chiffre 1 suivi de 6 zéros)

e) un milliard : 10^9 (nombre composé du chiffre 1 suivi de 9 zéros)

f) mille milliards : 10^{12}

g) un googol : 10^{100} (nombre composé du chiffre 1 suivi de 100 zéros)

h) un googolplex : 10^{googol}

(info Wiki : le googolplex est le nombre composé du chiffre 1 suivi d'un googol de zéros ; il serait impossible d'écrire ce nombre sur du papier car cela requerrait plus de matière que l'univers ne peut en fournir)

5) Rappel : pour tout a non nul : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$a) 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$b) 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \boxed{\frac{1}{27}}$$

$$c) (-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \boxed{\frac{1}{16}}$$

$$d) (-11)^{-1} = \frac{1}{-11} = \boxed{-\frac{1}{11}}$$

$$e) (-12)^{-2} = \frac{1}{(-12)^2} = \boxed{\frac{1}{144}}$$

$$f) (0,1)^{-2} = \frac{1}{0,1^2} = \frac{1}{0,01} = \frac{1 \times 100}{0,01 \times 100} = \frac{100}{1} = \boxed{100}$$

Autre méthode :

$$(0,1)^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{100}} = \boxed{100}$$

$$g) (-0,2)^{-3} = \frac{1}{(-0,2)^3} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{10}\right)^3} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{5}\right)^3} = \frac{1}{-\left(\frac{1}{5}\right)^3} = -\frac{1}{\frac{1}{5^3}} = -\frac{1}{\frac{1}{125}} = \boxed{-125}$$

$$h) 1^{-12} = \frac{1}{1^{12}} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$$

$$i) (-1)^{-13} = \frac{1}{(-1)^{13}} = \frac{1}{\underbrace{(-1) \times (-1) \times \dots \times (-1)}_{13 \text{ facteurs}}} = \frac{1}{-1} = \boxed{-1}$$

$$j) (-1)^{-14} = \frac{1}{(-1)^{14}} = \frac{1}{\underbrace{(-1) \times (-1) \times \dots \times (-1)}_{14 \text{ facteurs}}} = \frac{1}{+1} = \boxed{1}$$

$$k) (-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{-2^5} = \boxed{-\frac{1}{32}}$$

$$l) (-0,25)^{-1} = \frac{1}{-0,25} = -\frac{1}{\frac{1}{4}} = \boxed{-4}$$

$$6) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = \boxed{3}$$

$$\cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{2}{5} \times \frac{2}{5}} = \frac{1}{\frac{4}{25}} = \boxed{\frac{25}{4}}$$

$$\cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = \frac{1}{\frac{3}{4^3}} = \frac{1}{\frac{27}{64}} = \boxed{\frac{64}{27}}$$

$$\cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{36}} = \boxed{36}$$

$$\cdot \left(-\frac{7}{5}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(-\frac{7}{5}\right)^3} = \frac{1}{-\left(\frac{7}{5}\right)^3} = -\frac{1}{\frac{7^3}{5^3}} = -\frac{1}{\frac{343}{125}} = \boxed{-\frac{125}{343}}$$

$$\cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{100}} = \boxed{100}$$

$$7) a) \frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} = \boxed{5^{-2}}$$

$$b) \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = \boxed{3^{-3}}$$

$$c) \frac{1}{81} = \frac{1}{9^2} = 9^{-2} = (3^2)^{-2} = \boxed{3^{-4}}$$

$$d) 0,25 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = \boxed{2^{-2}}$$

$$e) \boxed{0,0001 = 10^{-4}}$$

Attention :

$(-a)^n$ et $-a^n$ ne sont pas forcément égaux !

Exemple :

$$\cdot (-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$\cdot -3^4 = -(3^4) = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

8) Rappels : soit a et b deux nombres relatifs non nuls, m et n deux entiers relatifs.

$$\boxed{a^n \times a^m = a^{n+m}} \quad \cdot \quad \boxed{(a^n)^m = a^{n \times m}} \quad \cdot \quad \boxed{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$$

a) $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = \boxed{10^5}$

b) $10^5 \times 10^{-2} = 10^{5+(-2)} = 10^{5-2} = \boxed{10^3}$

c) $10^{-2} \times 10^{-3} = 10^{-2+(-3)} = 10^{-2-3} = \boxed{10^{-5}}$

d) $10^{-4} \times 10^4 = 10^{-4+4} = 10^0 = \boxed{1}$

Autre méthode : $10^{-4} \times 10^4 = \frac{1}{10^4} \times 10^4 = \frac{10^4}{10^4} = 1$

e) $10^{-2} \times 10^{-3} \times 10^7 = 10^{-2+(-3)+7} = 10^{-2-3+7} = \boxed{10^2}$

f) $(10^{-2})^3 = 10^{-2 \times 3} = \boxed{10^{-6}}$

g) $(10^3)^{-4} = 10^{3 \times (-4)} = \boxed{10^{-12}}$

h) $(10^{-4})^{-2} = 10^{-4 \times (-2)} = \boxed{10^8}$

i) $(10^0)^{-7} = 1^{-7} = \frac{1}{1^7} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$

j) $(10^{-2})^{-1} = 10^{-2 \times (-1)} = \boxed{10^2}$

k) $(10^{-4})^0 = 1$ car pour tout nombre a , $a^0 = 1$

l) $\frac{10^3 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^5} = \frac{10^{3+(-4)}}{10^{-2+5}} = \frac{10^{-1}}{10^3} = 10^{-1-3} = \boxed{10^{-4}}$

m) $\frac{10 \times 10^{-5}}{10^4 \times 10^2} = \frac{10^{1+(-5)}}{10^{4+2}} = \frac{10^{-4}}{10^6} = 10^{-4-6} = \boxed{10^{-10}}$

n) $\frac{10^{-5} \times 10^{-1}}{10^3 \times 10^{-7}} = \frac{10^{-5+(-1)}}{10^{3+(-7)}} = \frac{10^{-6}}{10^{-4}} = 10^{-6-(-4)} = 10^{-6+4} = \boxed{10^{-2}}$

o) $\frac{10^7 \times 10^6}{10^{-1} \times 10^{-8}} = \frac{10^{7+6}}{10^{-1+(-8)}} = \frac{10^{13}}{10^{-9}} = 10^{13-(-9)} = 10^{13+9} = \boxed{10^{22}}$

p) $\frac{10^2 \times 10^{-7} \times 10}{10^3 \times (10^{-2})^4} = \frac{10^2 \times 10^{-7} \times 10^1}{10^3 \times 10^{-2 \times 4}}$
 $= \frac{10^{2+(-7)+1}}{10^{3+(-8)}} = \frac{10^{-4}}{10^{-5}}$
 $= \frac{10^{-4}}{10^{-5}} = 10^{-4-(-5)} = 10^{-4+5}$
 $= \boxed{10^1}$

9) a) $7\,500\,000 = \boxed{7,5 \times 10^6}$

b) $-254\,100 = \boxed{-2,541 \times 10^5}$

c) $10\,000 = \boxed{10^4}$

d) $0,000\,054 = \boxed{5,4 \times 10^{-5}}$

e) $-0,000\,04 = \boxed{-4 \times 10^{-5}}$

f) $0,000\,0001 = \boxed{10^{-7}}$

10) $A = 3 \times 10^4$; $B = 2 \times 10^3$.

a) $A \times B = 3 \times 10^4 \times 2 \times 10^3$
 $= 3 \times 2 \times 10^4 \times 10^3$
 $= 6 \times 10^{4+3}$
 $= \boxed{6 \times 10^7}$

b) $A : B = (3 \times 10^4) : (2 \times 10^3)$
 $= \frac{3 \times 10^4}{2 \times 10^3}$
 $= \frac{3}{2} \times \frac{10^4}{10^3}$
 $= 1,5 \times 10^{4-3}$
 $= \boxed{1,5 \times 10^1} \quad (=15)$

c) $A + B = 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3$
 $= 30\,000 + 2\,000$
 $= 32\,000$
 $= \boxed{3,2 \times 10^4}$

d) $A - B = 3 \times 10^4 - 2 \times 10^3$
 $= 30\,000 - 2\,000$
 $= 28\,000$
 $= \boxed{2,8 \times 10^4}$

$$11) A = \frac{5 \times 10^8 \times 11 \times 10^3}{22 \times 10^5} ; B = \frac{49 \times 10^{-4} \times 75 \times 10^5}{35 \times (10^{-3})^2}$$

$$a) . A = \frac{5 \times 10^8 \times 11 \times 10^3}{22 \times 10^5} = \frac{5 \times 11}{22} \times \frac{10^8 \times 10^3}{10^5}$$

$$A = \frac{5 \times 11}{2 \times 11} \times \frac{10^{8+3}}{10^5} = \frac{5}{2} \times \frac{10^{11}}{10^5} = 2,5 \times 10^{11-5}$$

$$\boxed{A = 2,5 \times 10^6}$$

$$. B = \frac{49 \times 10^{-4} \times 75 \times 10^5}{35 \times (10^{-3})^2} = \frac{49 \times 75}{35} \times \frac{10^{-4} \times 10^5}{(10^{-3})^2}$$

$$B = \frac{7 \times 7 \times 5 \times 15}{5 \times 7} \times \frac{10^{-4+5}}{10^{-3 \times 2}} = 7 \times 15 \times \frac{10^1}{10^{-6}}$$

$$B = 105 \times 10^{1-(-6)} = 105 \times 10^7 = 1,05 \times 10^2 \times 10^7$$

$$\boxed{B = 1,05 \times 10^9}$$

$$b) A + B = 2\,500\,000 + 1,05 \times 10^9$$

$$A + B = 2\,500\,000 + 1\,050\,000\,000$$

$$A + B = 1\,052\,500\,000$$

$$\boxed{A + B = 1,0525 \times 10^9}$$

$$c) \frac{B}{A} = \frac{105 \times 10^7}{2,5 \times 10^6} = \frac{105 \times 10^7}{25 \times 10^5} = \frac{105}{25} \times \frac{10^7}{10^5}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{7 \times 15}{5 \times 5} \times 10^{7-5} = \frac{7 \times 3 \times 5}{5 \times 5} \times 10^2$$

$$\frac{B}{A} = 4,2 \times 10^2$$

$$\boxed{\frac{B}{A} = 420}$$

$$12) a) \frac{3^{18}}{3^{15}} = 3^{18-15} = 3^3 = \boxed{27}$$

$$b) \frac{1,5^{-3}}{1,5^{-5}} = 1,5^{-3-(-5)} = 1,5^{-3+5} = 1,5^2 = \boxed{2,25}$$

$$c) (0,2^{-3})^{-2} = 0,2^{-3 \times (-2)} = 0,2^6 = \left(\frac{2}{10}\right)^6 = \frac{2^6}{10^6}$$

$$= 64 \times 10^{-6}$$

$$= \boxed{0,000064}$$

$$d) \frac{2^{12} \times 2^7}{2^{20}} = 2^{12+7-20} = 2^{-1} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$e) \frac{(5^4)^{-2} \times 5^{12}}{5^5 \times 5^{-3}} = \frac{5^{4 \times (-2)} \times 5^{12}}{5^{5-3}} = 5^{-8+12-2} = 5^2 = \boxed{25}$$

$$f) \left((10^5)^5\right)^4 = (10^{5 \times 5})^4 = (10^{25})^4 = 10^{25 \times 4} = \boxed{10^{100}}$$

(= un googol)

$$g) 2^6 \times 5^6 = (2 \times 5)^6 = 10^6 = \boxed{1\,000\,000}$$

$$h) \frac{2^4}{20^4} = \left(\frac{2}{20}\right)^4 = \left(\frac{1}{10}\right)^4 = \frac{1^4}{10^4} = \frac{1}{10^4} = \boxed{0,0001}$$

$$i) 2^5 + 10^5 = 32 + 100\,000 = \boxed{100\,032}$$

$$j) \frac{14^4}{7^4} = \left(\frac{14}{7}\right)^4 = 2^4 = \boxed{16}$$

$$k) 20^4 + 10^4 = (2 \times 10)^4 + 10^4 = 2^4 \times 10^4 + 10^4$$

$$= 16 \times 10^4 + 10^4$$

$$= 17 \times 10^4 + 10^4$$

$$= \boxed{170\,000}$$

$$l) 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 4 + 8 + 16 + 32 = \boxed{60}$$