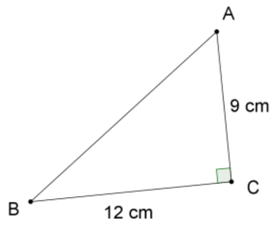
ÉNONCÉ

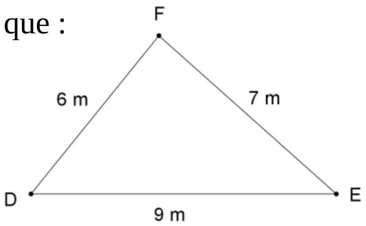
1) ABC est un triangle rectangle en C tel que :
$AC = 9\text{ cm}$
et $BC = 12\text{ cm}$.

Calculer AB.



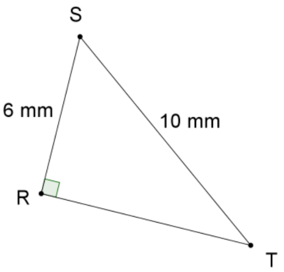
2) DEF est un triangle tel que :
$DE = 9\text{ m}$, $DF = 6\text{ m}$
et $EF = 7\text{ m}$.

DEF est-il un triangle rectangle ?



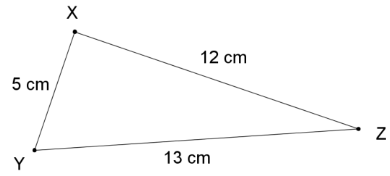
3) RST est un triangle rectangle en R tel que :
$RS = 6\text{ mm}$
et $ST = 10\text{ mm}$.

Calculer RT.



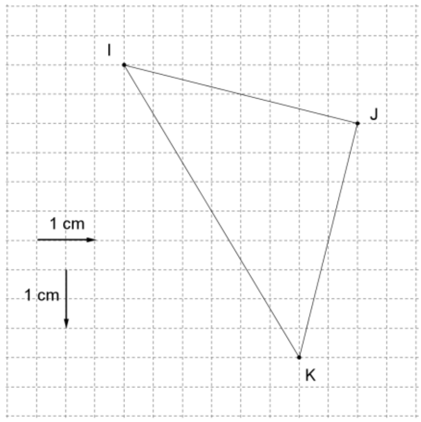
4) XYZ est un triangle tel que :
$XY = 5\text{ cm}$,
$XZ = 12\text{ cm}$
et $YZ = 13\text{ cm}$.

XYZ est-il un triangle rectangle ?



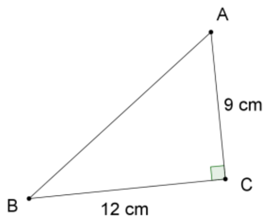
Bonus track

Démontrer que le triangle IJK ci-dessous est isocèle-rectangle :



Corrigé

1)



Le triangle ABC est rectangle en C.

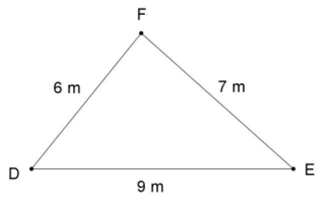
Donc d'après le <u>théorème de Pythagore</u> (si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés) :

$$AB^2 = CA^2 + CB^2$$
$$AB^2 = 9^2 + 12^2$$
$$AB^2 = 81 + 144$$
$$AB^2 = 225$$

Or $AB > 0$; d'où : $AB = \sqrt{225}$

$\boxed{AB = 15\text{ cm}}$

2)



Le plus grand côté du triangle DEF est le côté $[DE]$.

. $DE^2 = 9^2 = 81$

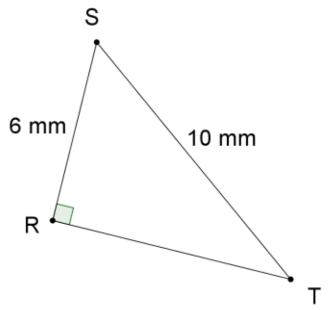
. $FD^2 + FE^2 = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$

D'où $DE^2 \neq FD^2 + FE^2$.

Donc d'après la <u>contraposée</u> du théorème de Pythagore (si, dans un triangle, le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle) :

$\boxed{\text{le triangle DEF n'est pas rectangle.}}$

3)



Le triangle RST est rectangle en R.

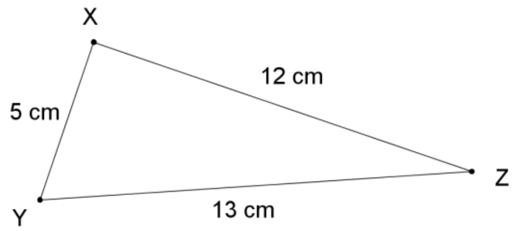
Donc d'après le <u>théorème de Pythagore</u> (si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés) :

$$ST^2 = RS^2 + RT^2$$
$$10^2 = 6^2 + RT^2$$
$$100 = 36 + RT^2$$
$$RT^2 = 100 - 36$$
$$RT^2 = 64$$

Or $RT > 0$; d'où : $RT = \sqrt{64}$

$$\boxed{RT = 8\,\text{mm}}$$

4)



Le plus grand côté du triangle XYZ est le côté $[YZ]$.

. $YZ^2 = 13^2 = 169$

. $XY^2 + XZ^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

D'où $YZ^2 = XY^2 + XZ^2$.

Or d'après la <u>réciproque</u> du théorème de Pythagore (si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle) :

Donc $\boxed{\text{le triangle XYZ est rectangle en X.}}$

Bonus track

. <u>Calcul de IJ^2</u> :
On peut placer un point A afin d'obtenir un triangle AIJ rectangle en A tel que :
AI = 4 cm et AJ = 1 cm.

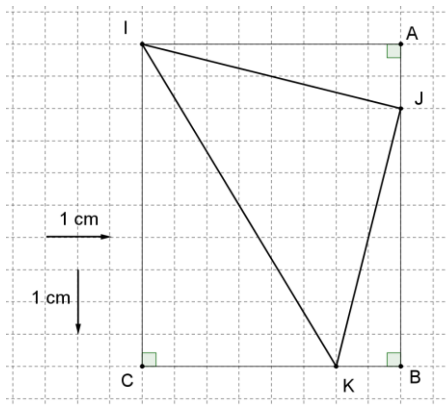
D'après le théorème de Pythagore :
$IJ^2 = AI^2 + AJ^2$
$IJ^2 = 4^2 + 1^2$
$IJ^2 = 17$

. <u>Calcul de JK^2</u> :
On peut placer un point B afin d'obtenir un triangle BJK rectangle en B tel que :
BJ = 4 cm et BK = 1 cm.

D'après le théorème de Pythagore :
$JK^2 = BJ^2 + BK^2$
$JK^2 = 4^2 + 1^2$
$JK^2 = 17$

. <u>Calcul de IK^2</u> :
On peut placer un point C afin d'obtenir un triangle CIK rectangle en C tel que :
CI = 5 cm et CK = 3 cm.

D'après le théorème de Pythagore :
$IK^2 = CI^2 + CK^2$
$IK^2 = 5^2 + 3^2$
$IK^2 = 34$



. Le plus grand côté du triangle IJK est le côté [IK].
. $IK^2 = 34$
. $IJ^2 + JK^2 = 17+17 = 34$
Donc $IK^2 = IJ^2 + JK^2$
Donc d'après la <u>réciproque</u> du théorème de Pythagore :
le triangle IJK est **rectangle** en J.

. $IJ^2 = 17$ et $JK^2 = 17$. Or IJ et JK sont positifs.
Donc $IJ = \sqrt{17}$ et $JK = \sqrt{17}$; d'où $IJ = JK$.

Donc le triangle IJK est **isocèle** de sommet J.

. Par conséquent :

$\boxed{\text{le triangle IJK est isocèle-rectangle de sommet J.}}$