ÉNONCÉ

Exercice 1

Compléter les six propriétés suivantes :

1) Si un triangle est ……………………… , alors son ………………………… est un diamètre du cercle circonscrit à ce triangle.

2) . Données : soit ABC un triangle et O le milieu du segment $[BC]$.
. Hypothèse : si ABC est rectangle en A
. Conclusion : alors $AO = $ ………….

3) Si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors cette droite ……..

4) Si trois points appartiennent à un cercle tels que deux d'entre eux sont les extrémités d'un diamètre de ce cercle, alors ………………..

5) . Données : soit ABC un triangle et (C) son cercle circonscrit
. Hypothèse : si (C) a pour diamètre $[BC]$
. Conclusion : alors ……………………….

6) . Données : soit ABC un triangle, I le milieu de $[AB]$ et J un point de $[AC]$.
. Hypothèse : si ……………………….
. Conclusion : alors J est le milieu de $[AC]$.

Exercice 2

On considère un cercle de diamètre $[KL]$.
Soit M un point de ce cercle distinct de K et L.
On donne : $\widehat{KLM} = 31°$.

Déterminer la mesure en degré de l'angle $\widehat{MKL}$ (justifier soigneusement).

Exercice 3

On considère un triangle ABC.
Soient I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AC]$ et K le milieu de $[BC]$.
On donne :
$AB = 6$, $BC = 10$, $AC = 8$, $AK = 5$, $BJ = 7{,}2$ et $CI = 8{,}6$.

Justifier que le triangle ABC est rectangle en A.

Corrigé

Exercice 1

1) Si un triangle est ***rectangle*** , alors son ***hypoténuse*** est un diamètre du cercle circonscrit à ce triangle.

2) . Données : soit ABC un triangle et O le milieu du segment $[BC]$.
. Hypothèse : si ABC est rectangle en A
. Conclusion : alors $\boxed{AO = \dfrac{BC}{2}}$

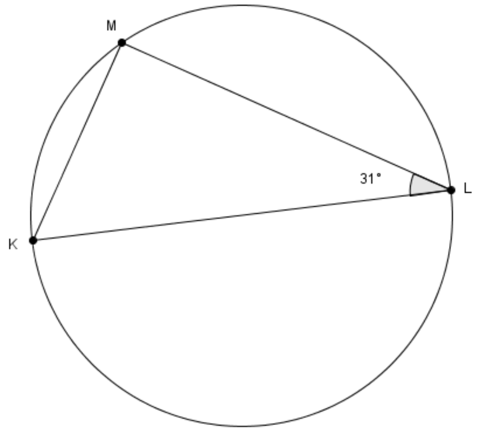
3) Si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors cette droite ***est parallèle au troisième côté***.

4) Si trois points appartiennent à un cercle tels que deux d'entre eux sont les extrémités d'un diamètre de ce cercle, alors ***ces trois points forment un triangle rectangle***.

5) . Données : soit ABC un triangle et (C) son cercle circonscrit
. Hypothèse : si (C) a pour diamètre $[BC]$
. Conclusion : alors ***le triangle ABC est rectangle en A***.

6) . Données : soit ABC un triangle, I le milieu de $[AB]$ et J un point $[AC]$.
. Hypothèse : si $\boxed{(IJ)//(BC)}$
. Conclusion : alors J est le milieu de $[AC]$.

Exercice 2



. Montrons que le triangle KLM est rectangle en M :

Les points K, L et M appartiennent à un cercle de diamètre $[\mathrm{KL}]$.

Or d'après le théorème de la médiane :
si trois points appartiennent à un cercle tels que deux d'entre eux sont les extrémités d'un diamètre de ce cercle, alors ces trois points forment un triangle rectangle.

Donc le triangle KLM est rectangle en M.

. Calculons la mesure en degré de l'angle $\widehat{\mathrm{MKL}}$:

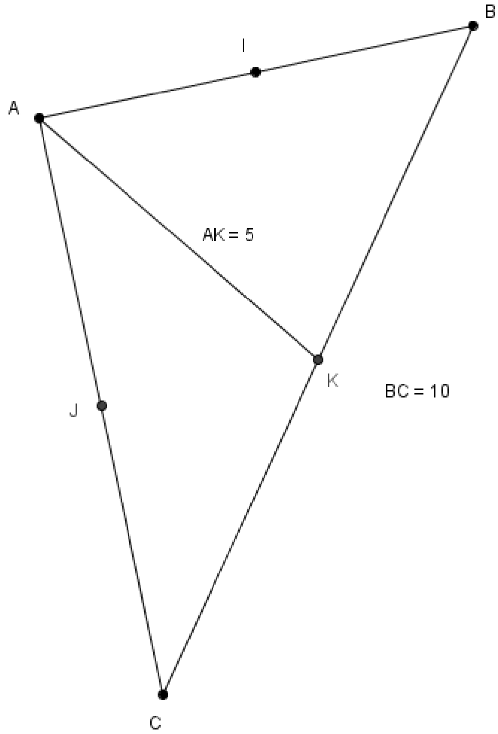
D'après la propriété :
dans un triangle, la somme des mesures en degrés des trois angles est égale à 180.

Donc $\widehat{\mathrm{KLM}} + \widehat{\mathrm{KML}} + \widehat{\mathrm{MKL}} = 180°$
$31 + \widehat{\mathrm{KML}} + \widehat{\mathrm{MKL}} = 180$

On a vu que le triangle KLM est rectangle en M donc $\widehat{\mathrm{KML}} = 90°$.

D'où $31 + 90 + \widehat{\mathrm{MKL}} = 180$
$121 + \widehat{\mathrm{MKL}} = 180$
$\widehat{\mathrm{MKL}} = 180 - 121$
$\boxed{\widehat{\mathrm{MKL}} = 59°}$

Exercice 3



K est le milieu de $[\mathrm{BC}]$.

De plus, $\mathrm{AK} = 5$ et $\mathrm{BC} = 10$.
D'où $\mathrm{AK} = \dfrac{\mathrm{BC}}{2}$.

Or d'après le théorème de la médiane :

Si, dans un triangle, une médiane a pour longueur la moitié de celle du côté opposé au sommet dont elle est issue, alors ce triangle est rectangle.

Donc le triangle ABC est rectangle en A.