Archives quatrième - Corrigés

ÉNONCÉ

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme la plus simple :

1. $A = 23 - 15 : 5 + 3$;

2. $B = [(-24) : (-3)] : [20 : (-5)] + 5$;

3. $C = \frac{1}{6} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15} + \frac{1}{2}$;

4. $D = \frac{9}{2} : \left(\frac{9 \times 8 - 7 \times 6}{20} \right)$;

5. $E = \frac{22}{3} : \frac{5}{6} \times \frac{5}{11}$;

6. $F = 6 - 3 : \frac{3}{5}$;

7. $G = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{14} \right) : \left(\frac{2}{7} - \frac{1}{2} \right)$.

Exercice 2

Soient EFGH un parallélogramme, K le symétrique de E par rapport à H.
La droite (KG) coupe la droite (EF) en L.

1. Faire une figure.

2. Démontrer que les droites (HG) et (EL) sont parallèles.

3. Démontrer que le point G est le milieu du segment $[KL]$.

Exercice 3

On considère le triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$, $AC = 8$ et $BC = 10$.

Soient I le milieu du segment $[AC]$ et J le milieu du segment $[BC]$.

1. Calculer la longueur IC.
2. Calculer la longueur IJ.
3. Montrer que le triangle CIJ est rectangle en I.
4. Calculer l'aire du triangle CIJ.

Exercice 4

On considère un triangle ABC isocèle rectangle de sommet A, tel que $BC = 8\,\text{cm}$.

Soit I, J et K les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.
Soit L le point d'intersection des droites (IJ) et (AK).

1. Faire une figure.
2. Calculer la longueur IJ.
3. Calculer la longueur AK.
4. a) Montrer que les droites (AK) et (BC) sont perpendiculaires.
b) Expliquer pourquoi les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
c) Que peut-on en déduire pour les droites (IJ) et (AL) ?

5. Montrer que L est le milieu du segment $[AK]$.
En déduire que $AL = 2\,\text{cm}$.

6. Calculer l'aire du triangle AIJ.

CORRIGÉ

Exercice 1

1) $A = 23 - 15 : 5 + 3$

$A = 23 - 3 + 3$

$\boxed{A = 23}$

2) $B = [(-24) : (-3)] : [20 : (-5)] + 5$

$B = 8 : (-4) + 5$

$B = -2 + 5$

$\boxed{B = 3}$

3) $C = \frac{1}{6} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15} + \frac{1}{2}$

$C = \frac{1}{6} - \frac{5 \times 2 \times 2}{2 \times 3 \times 5} + \frac{1}{2}$

$C = \frac{1}{6} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

$C = \frac{1}{6} - \frac{4}{6} + \frac{3}{6}$

$C = \frac{1 - 4 + 3}{6}$

$C = \frac{0}{6}$

$\boxed{C = 0}$

4) $D = \frac{9}{2} : \left(\frac{9 \times 8 - 7 \times 6}{20} \right)$

$D = \frac{9}{2} : \left(\frac{72 - 42}{20} \right)$

$D = \frac{9}{2} : \left(\frac{30}{20} \right)$

$D = \frac{9}{2} : \frac{3}{2}$

$D = \frac{9}{2} \times \frac{2}{3}$

$D = \frac{3 \times 3 \times 2}{2 \times 3}$

$\boxed{D = 3}$

5) $E = \frac{22}{3} : \frac{5}{6} \times \frac{5}{11}$

$E = \frac{22}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{5}{11}$

$E = \frac{2 \times 11 \times 2 \times 3 \times 5}{3 \times 5 \times 11}$

$\boxed{E = 4}$

6) $F = 6 - 3 : \frac{3}{5}$

$F = 6 - 3 \times \frac{5}{3}$

$F = 6 - \frac{3}{1} \times \frac{5}{3}$

$F = 6 - 5$

$\boxed{F = 1}$

7) $G = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{14} \right) : \left(\frac{2}{7} - \frac{1}{2} \right)$

$G = \left(\frac{1 \times 7}{2 \times 7} - \frac{1}{14} \right) : \left(\frac{2 \times 2}{7 \times 2} - \frac{1 \times 7}{2 \times 7} \right)$

$G = \left(\frac{7}{14} - \frac{1}{14} \right) : \left(\frac{4}{14} - \frac{7}{14} \right)$

$G = \frac{6}{14} : \left(-\frac{3}{14} \right)$

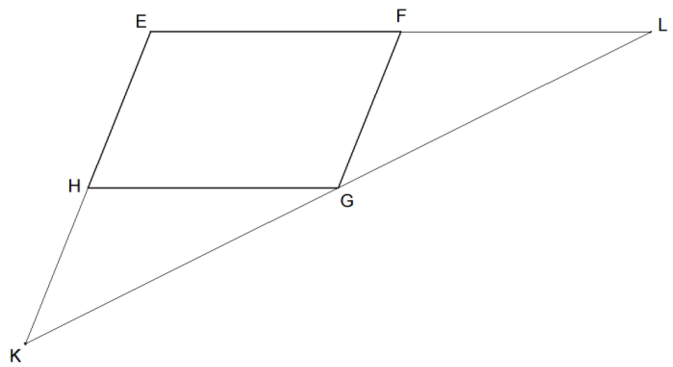
$G = -\frac{6}{14} \times \frac{14}{3}$

$G = -\frac{2 \times 3}{3}$

$\boxed{G = -2}$

Exercice 2

1. Figure :



2. EFGH est un parallélogramme, donc les droites (HG) et (EF) sont parallèles.

Or L appartient à la droite (EF), donc (EL) est la même droite que (EF).

Par conséquent, les droites (HG) et (EL) sont parallèles.

3. K le symétrique de E par rapport à H, donc H est le milieu du segment $[EK]$.

Dans le triangle EKL, H est le milieu du segment $[EK]$ et la droite (HG) est parallèle à la droite (EL).

Donc d'après la troisième propriété du théorème des milieux, la droite (HG) coupe le segment $[KL]$ en son milieu.

Or le point G appartient au segment $[KL]$.

Donc G est le milieu du segment $[KL]$.

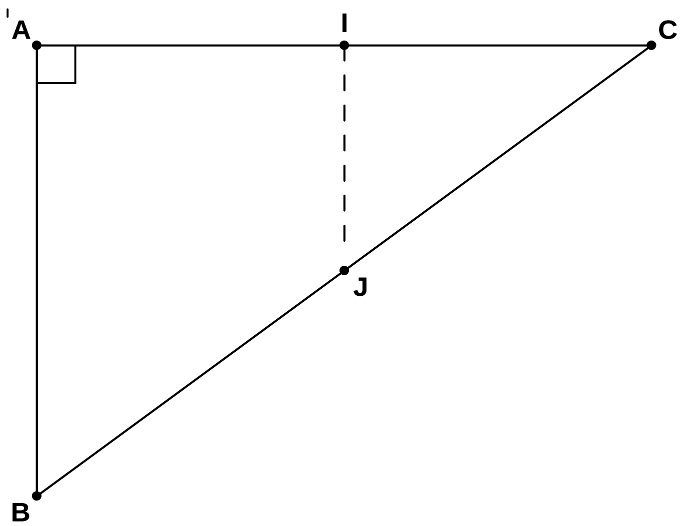
Exercice 3

1. I est le milieu du segment $[AC]$ et $AC = 8$;
donc $IC = \frac{8}{2}$, c'est-à-dire $\boxed{IC = 4}$.

2. Dans le triangle ABC, I est le milieu du segment $[AC]$ et J est le milieu du segment $[BC]$.
Donc d'après la deuxième propriété du théorème des milieux :
$IJ = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2}$, c'est-à-dire $\boxed{IJ = 3}$

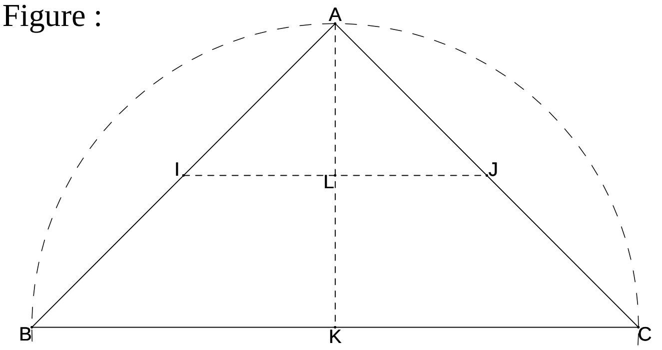
3. Dans le triangle ABC, I est le milieu du segment $[AC]$ et J est le milieu du segment $[BC]$.
Donc d'après la première propriété du théorème des milieux, la droite (IJ) est parallèle à la droite (AB).
Or la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (AC).
Donc la droite (IJ) est aussi perpendiculaire à la droite (AC).
C'est-à-dire : le triangle CIJ est rectangle en I.

4. Soit $\mathcal{A}$ l'aire du triangle CIJ.
Le triangle CIJ est rectangle en I.
$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times IC \times IJ = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 2 \times 3 = 6$
Donc $\boxed{\text{l'aire du triangle CIJ est égale à 6.}}$



Exercice 4

1) Figure :



2) Dans le triangle ABC, I est le milieu du segment $[AB]$ et J est le milieu du segment $[AC]$, donc d'après la 2ème propriété du théorème des milieux :

$$IJ = \frac{BC}{2}$$

$$IJ = \frac{8}{2} \quad \text{d'où} \quad \boxed{IJ = 4\,\text{cm}}$$

3) Le triangle ABC est rectangle en A.

Donc d'après le théorème de la médiane, la médiane issue de l'angle droit, c'est-à-dire le segment $[AK]$, a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse $[BC]$.

Donc $AK = \frac{BC}{2}$

$$AK = \frac{8}{2} \quad \text{d'où} \quad \boxed{AK = 4\,\text{cm}}$$

4) a) Le triangle ABC est isocèle de sommet A ; donc la médiane issue de A est aussi la hauteur issue de A. Par conséquent, les droites (AK) et (BC) sont perpendiculaires.

b) Dans le triangle ABC, I est le milieu du segment $[AB]$ et J est le milieu du segment $[AC]$, donc d'après la 1ère propriété du théorème des milieux : les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

c) D'après les questions précédentes, la droite (IJ) est parallèle à la droite (BC) qui est perpendiculaire à la droite (AK). On en déduit, d'après le théorème, que la droite (IJ) est perpendiculaire à la droite (AK).

Or la droite (AL) est la même droite que (AK). Par conséquent :

$\boxed{\text{les droites } (IJ) \text{ et } (AL) \text{ sont perpendiculaires.}}$

5) D'après la question **4)**b), les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
Autrement dit :
les droites (IL) et (BK) sont parallèles.

Dans le triangle ABK, I est le milieu du segment $[AB]$, L appartient au segment $[AK]$, et les droites (IL) et (BK) sont parallèles ; donc d'après la 3ème propriété du théorème des milieux :

L est le milieu du segment $[AK]$.

On en déduit que :

$$AL = \frac{AK}{2}$$

$$AL = \frac{4}{2}$$

$$AL = 2\,\text{cm}$$

6) Soit $\mathcal{A}$ l'aire du triangle AIJ.

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times IJ \times AL$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2$$

$$\mathcal{A} = 4$$

Donc $\boxed{\text{l'aire du triangle AIJ est égale à 4 cm².}}$